

DOSSIER ESTIU MATEMÀTIQUES

1R BATXILLERAT
2022/2023

(AQUEST DOSSIER POT SUPOSAR FINS A 0,5 PUNTS EXTRA AL 1R TRIM)

NOM:.....NOTA:.....





PART MECÀNICA 1r TRIM:

M1.- Opera (sense calculadora):

a) $\sqrt[3]{27a^4} - 5\sqrt[3]{8a} + \sqrt[3]{a^{12}} =$

b) $\frac{\sqrt[6]{6ab^4}}{\sqrt[3]{a^2b}}$

M2.- Racionalitza:

a) $\frac{3}{2\sqrt[5]{3^2}}$

b) $\frac{4}{3\sqrt{2}-4}$

M3.- Aplicant la definició troba els següents logaritmes sense fer servir calculadora (no val aplicar la fórmula de canvi de base, APLICA PROPIETATS DE POTÈNCIES)

a) $\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e^5}}\right)$

b) $\log\left(\sqrt[5]{\frac{1}{1000}}\right) =$

M4.- Factoritza els polinomis següents i simplifica al màxim: $\frac{x^4 - 12x^2 + 16x}{x^3 - 10x^2 + 32x - 32}$

M5.- Considerem el polinomi $P(x) = x^2 - 8x + m$. Per a quin valor de m s'obté 9 de residu, en dividir-lo per $x-2$? (raona la resposta sense fer la divisió- teorema residu)

M6.- Resol les equacions següents:

a) $3 - \sqrt{x-1} = x$

b) $\frac{2x}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{-5}{4}$

c) $\log_3(x+2) - \log_3(x+1) = 2$

d) $5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 15 = 0$ (canvi variable)

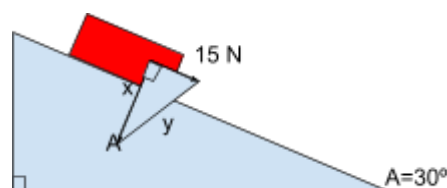
M7.- Resol els sistemes:

a)
$$\begin{cases} x - 3y + 2z = -3 \\ 5x + 6y - z = 13 \\ 4x - y + 3z = 8 \end{cases}$$
 (matrius)

b)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{cases}$$

PART MECÀNICA 2N TRIM:

M8.- Aplicant la definició de les raons trigonomètriques, troba el valor de x i de y



M9.- Troba les dades que falten en aquests 2 triangles:

a) $a=8\text{cm}$, $b=12\text{cm}$, $A=35^\circ$

b) $a=8\text{cm}$, $b=12\text{cm}$, $c=10\text{cm}$

M10.- Resol les següents equacions trigonomètriques:

a) $\tan(3x) = 0,4$

b) $\sin\left(\frac{2x-30}{5}\right) = -0,4$

c) $\sin(2x) = \sin x$

d) $-3\sin x + \cos^2 x = 3$



M11.- Si $z_1 = -3+8i$, $z_2 = 4+i$, troba:

- a) $3z_1 - 3z_2$ b) $(z_1)^2$ c) $\frac{z_1}{z_2}$ d) Expressa z_1 en forma polar

M12.- Troba m i n de manera que $(1 + mi)^2 = -3 + ni$ (m, n són nombres reals)

PART MECÀNICA 3R TRIM:

M13.- Donats els punts A(5,2) i B(-2,1), troba

- a) Equació vectorial de la recta r que passa per A i B
b) Equació general de la recta paral·lela a r que passi per (2,0)
c) Equac continua de la recta perpendicular a r que passi per (2,0)

M14.- Troba la posició relativa de les parelles de rectes següents. En cas que siguin secants, troba l'angle que formen i en cas que siguin paral·leles, troba la distància entre elles:

- a) $r: (x, y) = (1,3) + t(-2, 4)$; $s: y-3 = 2(x+1)$
b) $r: y = 5x - 1$; $s: 10x - 2y + 3 = 0$

M15.- Troba el domini de les funcions:

- a) $y = 5x^2 - 6x$ b) $y = \frac{3x-5}{5x^2-6x}$ c) $y = \sqrt{5x^2 - 6x}$

M16.- a) Representa gràficament la següent funció a trossos (pots fer-ho amb Geogebra):

$$y = \begin{cases} -x + 6, & x < -2 \\ x^2 - 2x, & -2 \leq x < 3 \\ \frac{2x-2}{x-4}, & x \geq 3 \end{cases}$$

- b) Troba les imatges següents: $f(-2)$, $f(3)$, $f(1)$, $f(4)$, $f(-3)$
c) Estudia la continuïtat

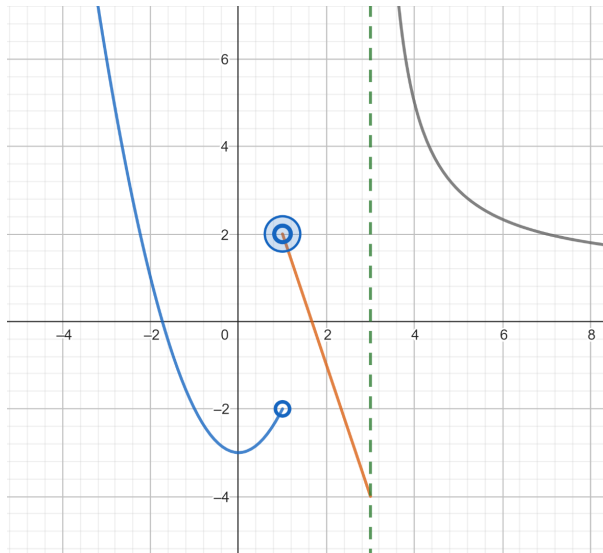
M17.- Troba els límits següents:

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x^2-3} =$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-5}{x^2-3x} =$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} e^{2x-6} =$
d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{x^2-3x} =$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-6}{x^2-3} =$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-6}{x^2-3} =$
g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-6x}{x-2} - \frac{6x^2+4}{2x+1} =$

M18.- Troba les funcions derivades:

- a) $y = \sin(8x^2 - 7x^3)$ b) $y = \frac{\cos(5x-2)}{\tan(x^2+6x)}$ c) $y = \log_3(6^{2x+5})$

M19.- Troba els límits següents:



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$
- d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$
- e) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$
- f) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$
- g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

P1.- Es realitza un estudi psicològic amb nens i nenes de 6 anys. Aquest estudi consisteix a mostrar-los durant un temps d' x minuts, un conjunt d'objectes y .

Després de retirar-los, se'ls demana que els identifiquin dins un conjunt d'objectes molt més ampli.



Els resultats obtinguts s'ajusten a l'expressió $y = 15 \cdot (1 - e^{-0,2x})$

on y és el nombre d'objectes identificats per cada nen/nena després d'observar-los x minuts.

- Quants objectes pot recordar cada nen/nena després de 5 minuts d'observació?
- I després d'una hora i quaranta minuts?
- Quants minuts han d'estar observant, per a que almenys recordin 12 objectes?
- A partir dels resultats obtinguts, quines conclusions pots extreure'n?
(raona-ho matemàticament)

P2.- El radi és un element radioactiu. Una mostra de radi es descompon per emissió de radiacions d'acord amb l'equació:

$$m = 10 \cdot e^{-4'36 \cdot 10^{-4}t}$$

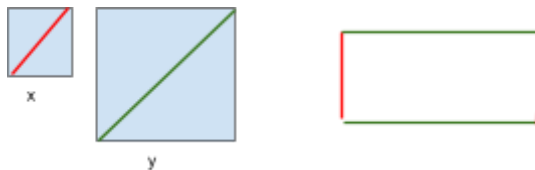
on m és la massa de la mostra expressada en grams i t el temps expressat en anys

- Quina és la massa de radi que hi ha inicialment a la mostra?
- Quants grams hi haurà després de 1000 anys?



P3.- Tenim 2 quadrats de costats diferents. Si sumem un costat de cada quadrat amb un altre costat de l'altre rectangle, dona 30 cm.

Amb les seves diagonals es forma un rectangle de superfície 288 cm^2 . Trobeu el valor dels costats d'aquests quadrats.



P4.- En Robert ha fet tres proves d'una assignatura. Fent la mitjana aritmètica de les notes obtingudes en cadascuna de les tres proves li ha quedat una nota global de 6.

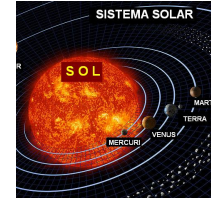
En Robert sap que la nota de la tercera prova ha estat igual que la mitjana aritmètica de les notes de les altres dues proves. La professora li diu que ha estat molt irregular i que si només es tinguessin en compte les notes de les dues darreres proves hauria obtingut una mitjana de 7. Quina nota ha obtingut en cada prova?



P5.-Suposem que les òrbites de la terra i de Venus al voltant del sol són cercles de radis respectius $15 \cdot 10^7$ km i $10,9 \cdot 10^7$ km

a) A quina distància es troba Venus de la Terra quan l'angle d'observació Sol-Terra-Venus és de 20°

b) A quina distància es trobaran la Terra i Venus quan l'angle Terra-Sol-Venus sigui de 90° .



P6.- Dos motoristes surten d'un encreuament de dues carreteres sense corbes i que formen un angle de 55° . Els motoristes es desplacen amb velocitats constants de 90 i 120 km/h, respectivament. Quina distància els separarà després de 3 minuts?



P7.- Dos ciclistes surten d'un encreuament de dues carreteres sense corbes. Després d'uns minuts, una de les bicis recorregut en 12 km i observa l'encreuament i a l'altra bici amb un angle de 40° , que ha recorregut 10 km. Quants km separen a les 2 bicis? Quantes solucions possibles hi ha?

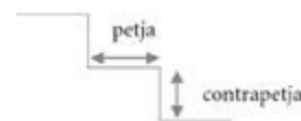
P8.- Un pentàgon regular, amb centre a l'origen de coordenades, té un dels vèrtexs a $(-3, -2)$. Troba els altres vèrtexs fent servir nombres complexos.

Donats els 3 vèrtex d'un triangle $A(1,8)$, $B(4,2)$ i $C(6,5)$

- Troba l'equació de l'altura respecte del costat AB (recta perpendicular a la base, que passa pel vèrtex oposat)
- Troba l'equació de la mediatriu respecte del costat AB (recta perpendicular al segment, que passa pel punt mitjà)

P9.- Quan es dissenyen els esglaons d'una escala hi ha diversos paràmetres que cal tenir en compte, dos dels quals són la petja (la part horitzontal de l'esglaó, on es posa el peu) i la contrapetja (la part vertical del graó, és a dir, l'alçària). L'arquitecte francès François Blondel va establir a finals del segle xvii que la relació ideal entre aquestes dues magnituds era que la suma de dues contrapetges més una petja fos igual a 64 cm. Anomenem y la longitud de la contrapetja i x la longitud de la petja.

- Trobeu la funció que permet calcular la longitud ideal de la contrapetja en funció de la longitud de la petja.
- Quina seria la longitud ideal de la contrapetja si la petja és de 28 cm?
- Quina seria la longitud de la petja si la contrapetja és de 15 cm?





P10.- El preu d'un vol entre Barcelona i Islàndia és de 500 €. Una companyia aèria té capacitat per a 300 passatgers diaris, però hi ha una determinada època de l'any en què només ven 180 bitllets. Després de fer un estudi de mercat, la companyia s'adona que la relació entre el preu del bitllet i el nombre de passatgers és lineal, de manera que per cada 5 € de descompte en el preu del bitllet aconseguix dos passatgers més.

A) Si anomenem x el nombre de vegades que s'aplica el descompte, escriu la funció que dona els ingressos diaris de la companyia per la venda de bitllets en funció de x

B) A quin preu cal vendre cada bitllet per a obtenir el màxim d'ingressos? Quins ingressos s'obtindran amb aquest preu?

